

## Методические рекомендации к уроку «Алгебра высказываний. Основные операции алгебры высказываний»

### Цели урока:

**Образовательная:** ознакомить учащихся с понятиями логика, алгебра логики, понятие, высказывание, умозаключение; научить строить таблицы истинности, используя логические операции конъюнкции, дизъюнкции, импликация; закрепить полученные знания путем решения задач.

**Развивающая:** логическое мышление, речь, внимание, память, способности преодолевать трудности при работе на уроке и анализировать полученные результаты.

**Воспитательная:** интерес к предмету, ответственность, дисциплинированность, самостоятельность при работе на уроке.

**Тип урока:** комбинированный

**Межпредметные связи:** математика, история

**Наглядные пособия:** компьютер, экран, проектор, презентация по теме.

### План урока

1. Организационный момент
2. Изучение учебного материала
3. Закрепление изученного материала
4. Подведение итогов, домашнее задание, методические указания по его выполнению

### Ход урока.

**1.Организационный момент.** Приветствие учеников, учитель отмечает отсутствующих. Сообщение темы, цели, задач, мотивация учебной деятельности

**2.Изучение учебного материала** Учитель пользуется презентацией, во время изучения слайдов ученики записывают в тетрадях определения.  
Самый простой и ясный способ научиться правильно мыслить самому и находить ошибки в чужих суждениях – это освоить основы формальной логики.  
В основе современной логики лежат учения, созданные еще древнегреческими мыслителями, хотя первые учения о формах и способах мышления возникли в Древнем Китае и Индии. Основоположником формальной логики является Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.

Слайд 1	<b>АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ</b>
Слайд 2	Содержание
Слайд 3	<b>Что такое логика?</b>
Слайд 4	Мышление всегда осуществляется в каких-то формах. <b>LOGOS</b> (от греч. слово понятие, рассуждение, разум) <b>Логика (дословно)</b> – совокупность правил, которым подчиняется процесс мышления. <b>Основные формы мышления:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Понятие</li><li>2. Суждение</li><li>3. Умозаключение</li></ol>
Слайд 5	Основные формы мышления: понятие, суждение и умозаключение. <b>ПОНЯТИЕ</b> – форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного предмета или класса однородных предметов (например, трапеция, дом). <b>СУЖДЕНИЕ</b> – мысль, в которой что-либо утверждается или отрицается относительно определенных предметов (Например, Наступило утро, и мы пошли

	на рыбалку). <b>УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> – прием мышления, посредством которого из исходного знания получается новое знание (Например, Все металлы – простые вещества).
Слайд 6	<b>Ключевые понятия</b> <b>ЛОГИКА (ФОРМАЛЬНАЯ)</b> – наука о законах и формах правильного мышления. <b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА</b> – отрасль логики, изучающая связи и отношения, лежащие в основе логического (дедуктивного) вывода.
Слайд 7	<b>ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ</b>
Слайд 8	<b>АРИСТОТЕЛЬ</b> (384-322 гг. до н.э.) - Основоположник логики. Исследовал различные формы суждений, ввел понятие силлогизма.
Слайд 9	<b>Аристотелева логика (Классическая логика)</b> Силлогизм – суждение, в котором из двух суждений выводится третье. Аристотель выделил все правильные формы силлогизмов: <ul style="list-style-type: none"> <li>• «Все А суть В», «С суть А», следовательно «С суть В»</li> <li>• «Некоторые А суть С», «все А суть В», следовательно «В суть С»</li> <li>• «Все А не суть В», «С суть А», следовательно «С не суть В»</li> <li>• «Некоторые А не суть В», «С суть А», следовательно «Не суть С суть В»</li> </ul> Логика, основанная на теории силлогизмов называется классической.
Слайд 10	<b>Декарт Рене (1596-1650, фр. философ, математик)</b> Философ, математик. Рекомендовал использовать математические методы в логике.
Слайд 11	<b>Лейбниц Г.В. (1646-1716, нем. ученый и математик)</b> Предложил использовать в логике математическую символику и впервые высказал мысль о возможности применения в ней двоичной системы счисления. <b>Логика обретает символичный язык, конкретность законов, распространяется за рамки гуманитарных наук.</b>
Слайд 12	<b>Джордж Буль (1815-1864, англ.) - основоположник мат. логики.</b> 1847 г. –Джордж Буль в работе «Математический анализ логики» изложил основы булевой алгебры. <b>РАЗРАБОТАЛ АЛФАВИТ, ОРФОГРАФИЮ И ГРАММАТИКУ.</b>
Слайд 13	<b>Рассмотрим применение математической логики</b>
Слайд 14 - 15	<b>ПРИМЕНЕНИЕ:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Логика оказала влияние на развитие математики, прежде всего теории множеств, функциональных систем, алгоритмов, рекурсивных функций.</li> <li>2) Математическая логика является средством для изучения деятельности мозга - для решения этой самой важной проблемы биологии и науки вообще.</li> <li>3) В гуманитарных науках (логика, криминалистика).</li> <li>4) Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, ВТ и электротехнике (построены компьютеры на основе законов математической логики).</li> </ol>
Слайд 16	<b>К. Шеннон (1916-2001 гг.)</b> 1938 г. – американский математик и инженер Клод Шеннон связал Булеву алгебру (аппарат математической логики), двоичную систему кодирования и релейно-контактные переключательные схемы, заложив основы будущих ЭВМ.
Слайд 17	<b>Применение:</b> 5) Идеи и аппарат логики используется в программировании, базах данных и экспертных системах. <b>PROLOG</b> – язык логического программирования

<b>Слайд 18</b>	<b>Рассмотрим основные операции алгебры высказываний.</b>															
<b>Слайд 19</b>	<p><b>Инверсия (Логическое отрицание)</b>          Логическая операция, которая с помощью связки «не» каждому исходному выражению сопоставляет высказывание, отрицающее исходное.</p> <p>Правило Инверсии:          Если исходное выражение истинно, то результат отрицания будет ложным, и если исходное выражение ложно, то результат отрицания будет истинным.</p>															
<b>Слайд 20</b>	<p><b>Инверсия (Логическое отрицание)</b></p> <table border="1" data-bbox="632 562 1015 904"> <thead> <tr> <th data-bbox="632 562 788 734"><math>A</math></th> <th data-bbox="788 562 1015 734"><math>\bar{A} (\neg A)</math> (возможны оба обозначения)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="632 734 788 819"><math>0</math></td> <td data-bbox="788 734 1015 819"><math>1</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="632 819 788 904"><math>1</math></td> <td data-bbox="788 819 1015 904"><math>0</math></td> </tr> </tbody> </table>	$A$	$\bar{A} (\neg A)$ (возможны оба обозначения)	$0$	$1$	$1$	$0$									
$A$	$\bar{A} (\neg A)$ (возможны оба обозначения)															
$0$	$1$															
$1$	$0$															
<b>Слайд 21</b>	<p><b>КОНЪЮНКЦИЯ (Логическое умножение)</b>          Это соединение двух высказываний <math>A</math> и <math>B</math> в одно с помощью союза «И», употребляемого в исключаяющем виде.</p> <p>Правило Конъюнкции:          Конъюнкция двух логических высказываний истинна тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания.</p>															
<b>Слайд 22</b>	<p><b>КОНЪЮНКЦИЯ (Логическое умножение)</b></p> <table border="1" data-bbox="261 1274 767 1610"> <thead> <tr> <th data-bbox="261 1274 429 1341"><math>A</math></th> <th data-bbox="429 1274 596 1341"><math>B</math></th> <th data-bbox="596 1274 767 1341"><math>A \cap B</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="261 1341 429 1408"><math>0</math></td> <td data-bbox="429 1341 596 1408"><math>0</math></td> <td data-bbox="596 1341 767 1408"><math>0</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="261 1408 429 1476"><math>0</math></td> <td data-bbox="429 1408 596 1476"><math>1</math></td> <td data-bbox="596 1408 767 1476"><math>0</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="261 1476 429 1543"><math>1</math></td> <td data-bbox="429 1476 596 1543"><math>0</math></td> <td data-bbox="596 1476 767 1543"><math>0</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="261 1543 429 1610"><math>1</math></td> <td data-bbox="429 1543 596 1610"><math>1</math></td> <td data-bbox="596 1543 767 1610"><math>1</math></td> </tr> </tbody> </table>	$A$	$B$	$A \cap B$	$0$	$0$	$0$	$0$	$1$	$0$	$1$	$0$	$0$	$1$	$1$	$1$
$A$	$B$	$A \cap B$														
$0$	$0$	$0$														
$0$	$1$	$0$														
$1$	$0$	$0$														
$1$	$1$	$1$														
<b>Слайд 23</b>	<p><b>ДИЗЪЮНКЦИЯ (Логическое сложение)</b>          Это соединение двух высказываний <math>A</math> и <math>B</math> в одно с помощью союза «ИЛИ», употребляемого в не исключаяющем виде.</p> <p>Правило Дизъюнкции:          Дизъюнкция двух логических выражений ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.</p>															
<b>Слайд 24</b>	<p><b>ДИЗЪЮНКЦИЯ (Логическое сложение)</b></p>															

	<table border="1"> <thead> <tr> <th><u>A</u></th> <th><u>B</u></th> <th><u>A ∪ B</u></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><u>0</u></td> <td><u>0</u></td> <td><u>0</u></td> </tr> <tr> <td><u>0</u></td> <td><u>1</u></td> <td><u>1</u></td> </tr> <tr> <td><u>1</u></td> <td><u>0</u></td> <td><u>1</u></td> </tr> <tr> <td><u>1</u></td> <td><u>1</u></td> <td><u>1</u></td> </tr> </tbody> </table>	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>A ∪ B</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>A</u>	<u>B</u>	<u>A ∪ B</u>														
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>														
<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>														
<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>														
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>														
Слайд 25	<p><b>Импликация (Логическое следование)</b>          Это соединение двух высказываний A и B в одно с помощью союза «Если ..., то ...».</p> <p>Правило Импликации:          Импликация высказываний ложна лишь в том случае, когда A истинно, а B ложно.</p>															
Слайд 26	<p><b>Импликация (Логическое следование)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>A → B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	A → B	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
A	B	A → B														
0	0	1														
0	1	1														
1	0	0														
1	1	1														
Слайд 27	<p><b>Эквиваленция (Логическое тождество)</b>          Это соединение двух высказываний A и B в одно с помощью союза «Тогда и только тогда, когда...»</p> <p>Правило Импликации:          Эквиваленция двух высказываний истина только в том случае, когда оба эти высказывания истинны или ложны.</p>															
Слайд 28	<p><b>Эквиваленция (Логическое тождество)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>A ↔ B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	A ↔ B	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	A ↔ B														
0	0	1														
0	1	0														
1	0	0														
1	1	1														
Слайд 29	<p><b>Приоритет логических операций</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ИНВЕРСИЯ;</li> <li>➤ КОНЪЮНКЦИЯ;</li> <li>➤ ДИЗЪЮНКЦИЯ;</li> <li>➤ ИМПЛИКАЦИЯ и ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ</li> </ul>															
Слайд 30	<p><b>АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ</b></p>															

Слайд 31	Решение логических выражений принято оформлять в виде таблиц, в которых по действиям показано, какие значения принимает логическое выражение при всех возможных наборах его переменных																																			
Слайд 32	<p><b>Для составления таблицы истинности необходимо:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выяснить количество строк (<math>2^n</math>, где <math>n</math> – количество переменных)</li> <li>2. Выяснить количество столбцов (количество переменных + количество логических операций)</li> <li>3. Построить таблицу, указывая названия столбцов и возможные наборы значений переменных</li> <li>4. Заполнить таблицу истинности по столбцам</li> </ol>																																			
Слайд 33	<p><b>Пример №1</b>  <b>Задание:</b> Построить таблицу истинности для функции <math>F = (A \cup B) \cap (\neg A \cup \bar{B})</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Переменных: две (<math>A</math> и <math>B</math>), т.е. <math>N = 2 \Rightarrow</math> количество строк: <math>2n=2^2=4</math>. С заголовком: 5</li> <li>2. Количество столбцов: 2 переменные + 5 операций (<math>\vee, \wedge, \neg, \bar{\vee}</math> и <math>\bar{\wedge}</math>). Итого 7</li> <li>3. Порядок операций:  <math display="block">1 \quad 5 \quad 2 \quad 4 \quad 3</math> <math display="block">F = (A \cup B) \cap (\neg A \cup \bar{B})</math> </li> </ol>																																			
Слайд 34	<p>Составим таблицу истинности для функции <math>F = (A \cup B) \cap (\neg A \cup \bar{B})</math></p> <table border="1" data-bbox="268 1122 1283 1395"> <thead> <tr> <th><math>A</math></th> <th><math>B</math></th> <th><math>A \cup B</math></th> <th><math>\neg A</math></th> <th><math>\bar{B}</math></th> <th><math>\neg A \cup \bar{B}</math></th> <th><math>(A \cup B) \cap (\neg A \cup \bar{B})</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	$A$	$B$	$A \cup B$	$\neg A$	$\bar{B}$	$\neg A \cup \bar{B}$	$(A \cup B) \cap (\neg A \cup \bar{B})$	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
$A$	$B$	$A \cup B$	$\neg A$	$\bar{B}$	$\neg A \cup \bar{B}$	$(A \cup B) \cap (\neg A \cup \bar{B})$																														
0	0	0	1	1	1	0																														
0	1	1	1	0	1	1																														
1	0	1	0	1	1	1																														
1	1	1	0	0	0	0																														
Слайд 35	<p>Пример 2:  Построим таблицу истинности для функции  <math>F = X \vee Y \wedge \neg Z</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <u>Переменных:</u> три (<math>X</math>, <math>Y</math> и <math>Z</math>), т.е. <math>n = 3 \Rightarrow</math> количество строк: <math>2^n=2^3=8</math>. С заголовком: 9</li> <li>2. <u>Количество столбцов:</u> 3 переменные + 3 операции (<math>\vee, \wedge, \neg</math>). Итого 6</li> <li>3. <u>Порядок операций:</u>  <math display="block">3 \quad 2 \quad 1</math> <math display="block">F = X \vee Y \wedge \neg Z</math> </li> </ol>																																			
Слайд 36	Составим таблицу истинности для функции																																			

X	Y	Z	$\bar{Z}$	$Y \cap \bar{Z}$	$X \cup Y \cap \bar{Z}$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Слайд 37

**Равносильные логические выражения**

Логические выражения, у которых последние столбцы в таблице истинности совпадают, называются равносильными.

Равносильность обозначается знаком « = ».

Слайд 38

**Пример №3.**

Доказать равносильность логических выражений  $\bar{A} \cap \bar{B}$  и  $\overline{A \cup B}$ .

Составим таблицы истинности.

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

A	B	$A \cup B$	$\overline{A \cup B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Следовательно,  $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$

Слайд 39

**5. Подведение итогов.** Фронтальная беседа с учащимися по теме урока.

Скажите, в каких предметах пригодится знание основ логики, приведите примеры. (Русский язык, математика).

**Рефлексия.**

Продолжите предложение:

Сегодняшнее занятие мне позволило...

Я никогда не думал(а), что...

В своей работе я...

**Домашнее задание:** заполните таблицу истинности.

A	B	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$	$(A \rightarrow B) \cap A \leftrightarrow B$
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			